Modulprüfung

Systemtheorie

8. März 2013

Prüfer: Prof. Dr. P. Pogatzki

Bearbeitungszeit: 2 Stunden
Hilfsmittel:
Taschenrechner, Formelblatt (2 DIN A4-Seiten)

Name:__________________________ Vorname:_________________
(Druckbuchstaben) (Druckbuchstaben)

Matr.-Nr.: | | | | | | |

Unterschrift:____________________________________

Viel Erfolg!!! 

%-Punkte								
Aufgabe	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	Summe
1.								
2.								
3.								
4.								
						%-Punkte gesamt		
						Bewertungs-Punkte gesamt (1%-Punkt =1,2 Bewertungs-Punkte		

1. Prüfer

Eingesehen am: Unterschrift:

Aufgabe 1 (24 %-Punkte)

Gegeben ist die **Sprungantwort** eines Systems mit

$$h_\varepsilon(t) = \sin\left(2\pi \cdot \Lambda\left(\frac{t-2}{2}\right)\right)$$

Aufgabe 1.1 (4 %-Punkte)

Skizzieren Sie **unter Angabe charakteristischer Werte** die Sprungantwort $h_\varepsilon(t)$ für den Bereich $-6 \le t \le +6$.

Aufgabe 1.2 (2 %-Punkte)

Handelt es sich bei dem System um ein kausales System? (**Wertung nur mit richtiger Begründung!**)

Aufgabe 1.3 (6 %-Punkte)

Berechnen und skizzieren Sie unter Angabe charakteristischer Werte die Stoßantwort h(t)!

Aufgabe 1.4 (6 %-Punkte)

Prüfen Sie, ob Sprung- und Stoßantwort zueinander orthogonal sind!

Aufgabe 1.5 (6 %-Punkte)

Zeigen Sie mit Hilfe der Fourier-Transformation, daß

$$\left(\delta(x)\right)^2$$

nicht existiert!

Aufgabe 2 (22 %-Punkte)

Gegeben ist das Signal $s(\vec{t})$ mit

$$s(\vec{t}) = \Lambda(t_1) \cdot rect\left(\frac{t_2}{2}\right)$$

Es soll eine 2-dimensionale Fourier-Transformation durchgeführt werden.

Aufgabe 2.1 (6 %-Punkte)

Skizzieren Sie unter **Angabe charakteristischer Werte** das Signal $s(\vec{t})$ in der t_1,t_2-Ebene so, daß der 3-dimensionaler Charakter erkennbar ist!

Aufgabe 2.2 (6 %-Punkte)

Berechnen Sie das 2-dimensionale Spektrum $S(\vec{f})$ des Signals $s(\vec{t})$!

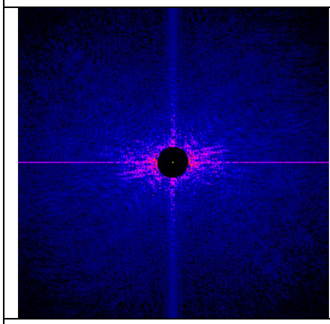
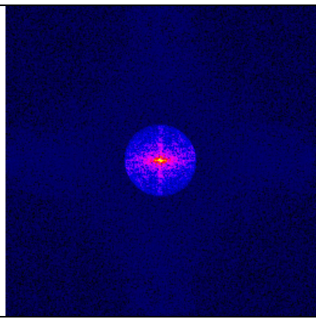
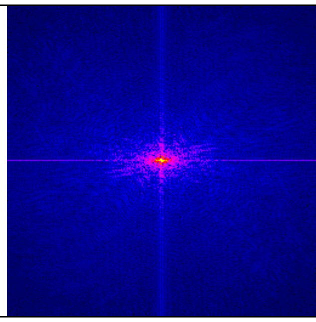
<u>Aufgabe 2.3</u> (6 %-Punkte)

Die ursprüngliche 2-dimensionale Funktion $s(\vec{t}\,)$ wird als Bild interpretiert und wird um 30° gedreht. Berechnen Sie mit Hilfe der folgenden Drehmatrix das sich nun ergebene neue Spektrum $\tilde{S}(\vec{f}\,)$!

$$\overset{\leftrightarrow}{A} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

<u>Aufgabe 2.4</u> (4 %-Punkte)

Gegeben sind 3 verschiedene Bilder. Diese Bilder wurden mittels verschiedener Filter im Frequenzbereich bearbeitet und dann zurück in den Originalbereich transformiert. Die Entsprechenden Spektren sind unten dargestellt.

		
a	b	c
		
I	II	III

Ordnen Sie die Bilder den jeweiligen Spektren zu und erklären Sie die Art der Filterung und deren Auswirkung!

<u>Aufgabe 3</u> (23 %-Punkte)

Gegeben ist die 2-dimensionale Funktion $s(t_1,t_2)$ mit

$$s(t_1,t_2) = 40474 \cdot rect\left(\frac{t_1}{2}\right) \cdot rect\left(\frac{t_2}{2}\right)$$

Es soll **ansatzweise** die Radon-Transformierte von $s(t_1,t_2)$ bestimmt werden!

<u>Aufgabe 3.1</u> (3 %-Punkte)

Skizzieren Sie 2-dimensional unter Angabe charakteristischer Werte die Funktion $s(t_1,t_2)$!

<u>Aufgabe 3.2</u> (6 %-Punkte)

Zur Berechnung der Radon-Transformierten sind Fallunterscheidungen zu treffen. Kennzeichnen Sie in Ihrer Skizze aus UP3.1 eindeutig die Szenarien, die für den Bereich $r > 0 \quad und \quad 0^o \le \varphi \le 90^o$ möglich sind.

<u>Aufgabe 3.3</u> (9 %-Punkte)

Geben Sie für jedes zuvor bestimmte Szenario eine Beziehung für den Winkel φ an, wenn für die Radon-Variable r weiterhin $r > 0$ gilt. **Eine explizite Berechnung der Transformation ist nicht notwendig!**

Aufgabe 3.4 (5 %-Punkte)

Nun soll die Radon-Transformation für zwei Sonderfälle ausgeführt werden. Bestimmen Sie die Radon-Transformierte für $\varphi = 0^o$ und für $\varphi = 45^o$!

Aufgabe 4 31 %-Punkte

Gegeben ist eine zeitdiskrete Quelle x(k), die das folgende periodische Signal generiert:

$$x(k) = \cos\left(\frac{2\pi k}{L}\right)$$

Aufgabe 4.1 (8 %-Punkte)

Bestimmen und skizzieren Sie unter Angabe charakteristischer Werte die normierte Autokorrelationsfolge $r_{xx}(\lambda)$ mit

$$r_{xx}(\lambda) = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2\cdot N+1} \sum_{k=-N}^{+N} x(k)\cdot x(k+\lambda)$$

Aufgabe 4.2 (15%-Punkte)

Es soll nun ein **Prädiktor 2. Ordnung** zum Einsatz kommen. Bestimmen Sie dessen Koeffizienten als Funktion von L mit $L \in \{1, 2, 3, 4\}$ und interpretieren Sie das Ergebnis für den Schätzfehler!

<u>Aufgabe 4.3</u> (4 %-Punkte)

Ist der Einsatz eines Prädiktors 3. Ordnung für diesen Fall sinnvoll? (**Wertung nur mit richtiger Begründung**)

Aufgabe 4.4 (4 %-Punkte)

Es wird nun als Eingangssignal für den zuvor bestimmten Prädiktor

$$x(k) = \sin\left(\frac{2\pi k}{L}\right)$$

verwendet. Welcher Prädiktor ergibt sich nun? (**Wertung nur mit richtiger Begründung**)