Modulprüfung

Systemtheorie

28. Februar 2012

Prüfer: Prof. Dr. P. Pogatzki

Bearbeitungszeit: 2 Stunden
Hilfsmittel:
Taschenrechner, Formelblatt (2 DIN A4-Seiten)

Name:_________________________Vorname:________________

Matr.-Nr.: | | | | | | |

Unterschrift:___________________________________

Viel Erfolg!!!

%-Punkte								
Aufgabe	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	Summe
1.								
2.								
3.								
4.								
						%-Punkte gesamt		
						Bewertungs-Punkte gesamt (1%-Punkt =1,2 Bewertungs-Punkte		

Note: 1. Prüfer 2. Prüfer

Eingesehen am: Unterschrift:

Aufgabe 1 (20 %-Punkte)

Gegeben ist die Stoßantwort

$$h(t) = \cos\left(\pi \cdot \Lambda\left(\frac{t}{2}\right) - \frac{\pi}{2}\right)$$

Aufgabe 1.1 (6 %-Punkte)

Skizzieren Sie **unter Angabe charakteristischer Werte** die Stoßantwort h(t) im Bereich $-4 \le t \le +4$.

<u>Aufgabe 1.2</u> (2 %-Punkte)

Handelt es sich bei dem System um ein kausales System? (**Wertung nur mit richtiger Begründung!**)

<u>Aufgabe 1.3</u> (4 %-Punkte)

Handelt es sich bei der Stoßantwort um ein Energie- oder um ein Leistungssignal?
(Wertung nur mit richtiger Begründung!)
Berechnen Sie die entsprechende Größe!

<u>Aufgabe 1.4</u> (8 %-Punkte)

Beweisen Sie, daß

$$\delta(ax) = \frac{1}{|a|} \cdot \delta(x) \quad a \in \Re \setminus 0$$

gilt.

Aufgabe 2 (24 %-Punkte)

Gegeben ist das Signal $s(\vec{t})$ mit

$$s(\vec{t}) = \delta(t_1 - 1)\cdot\delta(t_2 - 1) + \delta(t_1 - 1)\cdot\delta(t_2 + 1) + \delta(t_1 + 1)\cdot\delta(t_2 - 1) + \delta(t_1 + 1)\cdot\delta(t_2 + 1)$$

Es soll eine 2-dimensionale Fourier-Transformation durchgeführt werden.

Aufgabe 2.1 (4 %-Punkte)

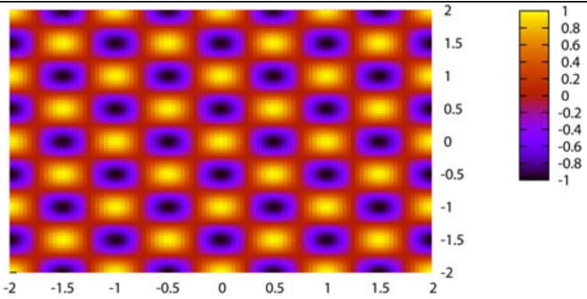
Skizzieren Sie unter **Angabe charakteristischer Werte** das Signal $s(\vec{t})$ in der t_1,t_2-Ebene!

Aufgabe 2.2 (10 %-Punkte)

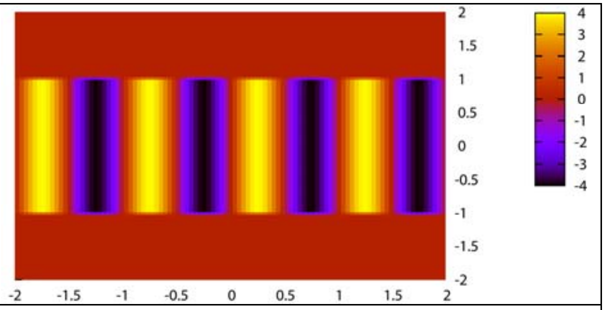
Berechnen Sie das 2-dimensionale Spektrum $S\left(\vec{f}\right)$ des Signals $s\left(\vec{t}\right)$!

<u>Aufgabe 2.3</u> (4 %-Punkte)

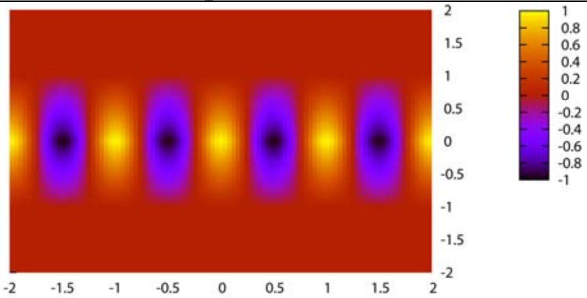
Gegeben sind vier 2-dimensionale Spektren. Dargestellt sind jeweils die Realteile der Spektren. Die Spektralwerte sind farblich codiert und können anhand der Farbskalen abgelesen werden.



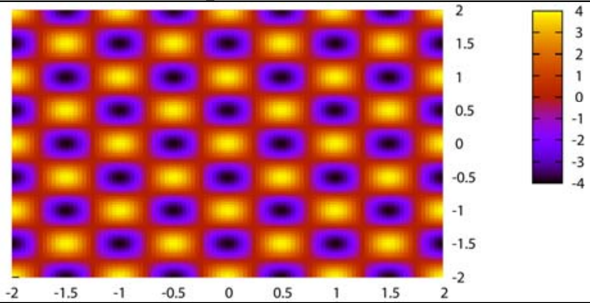
Spektrum „a“



Spektrum „b“



Spektrum „c“



Spektrum „d“

Welches der obigen Spektren entspricht der Lösung aus Unterpunkt 2.2?
(Wertung nur mit richtiger Begründung!)

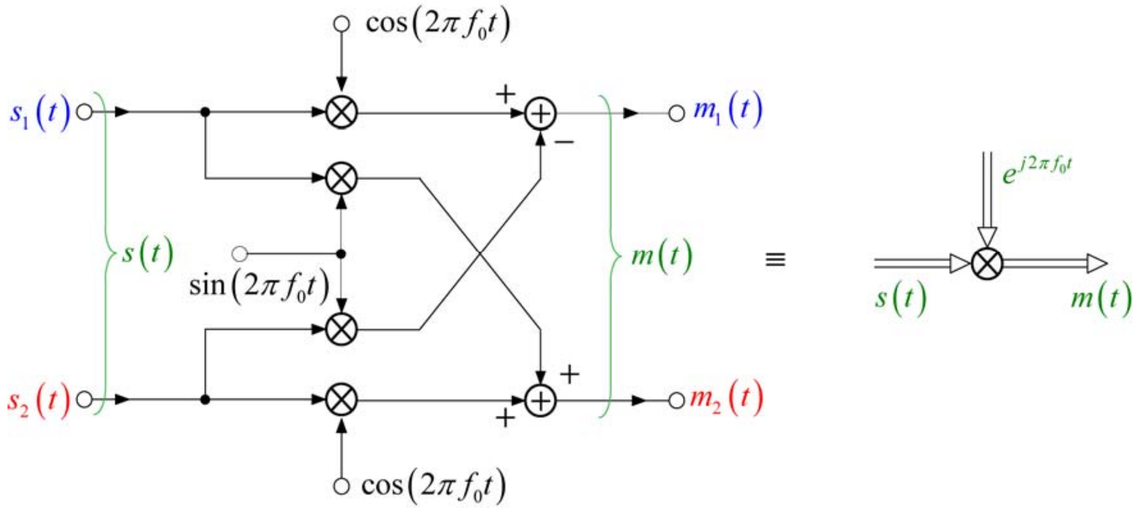
Aufgabe 2.4 (6 %-Punkte)

Die ursprüngliche 2-dimensionale Funktion $s(\vec{t})$ wird als Bild interpretiert und wird um 45° gedreht. Berechnen Sie mit Hilfe der folgenden Drehmatrix das sich nun ergebene neue Spektrum $\tilde{S}(\vec{f})$!

$$\overleftrightarrow{A} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3 (24 %-Punkte)

Gegeben ist die folgende Modulator-Schaltung zur Erzeugung eines Analytischen Signals.



Es gilt für die Spektren der **reellen** Eingangssignale $s_1(t)$ und $s_2(t)$:

$$S_1(f) = \begin{cases} \text{beliebig} & |f| < f_g \\ 0 & |f| \geq f_g \end{cases} \qquad S_2(f) = \begin{cases} \text{beliebig} & |f| < f_g \\ 0 & |f| \geq f_g \end{cases}$$

Ferner ist

$$f_0 > f_g$$

Aufgabe 3.1 (2 %-Punkte)

Welche Eigenschaft hat ein Analytisches Signal?

Aufgabe 3.2 (8 %-Punkte)

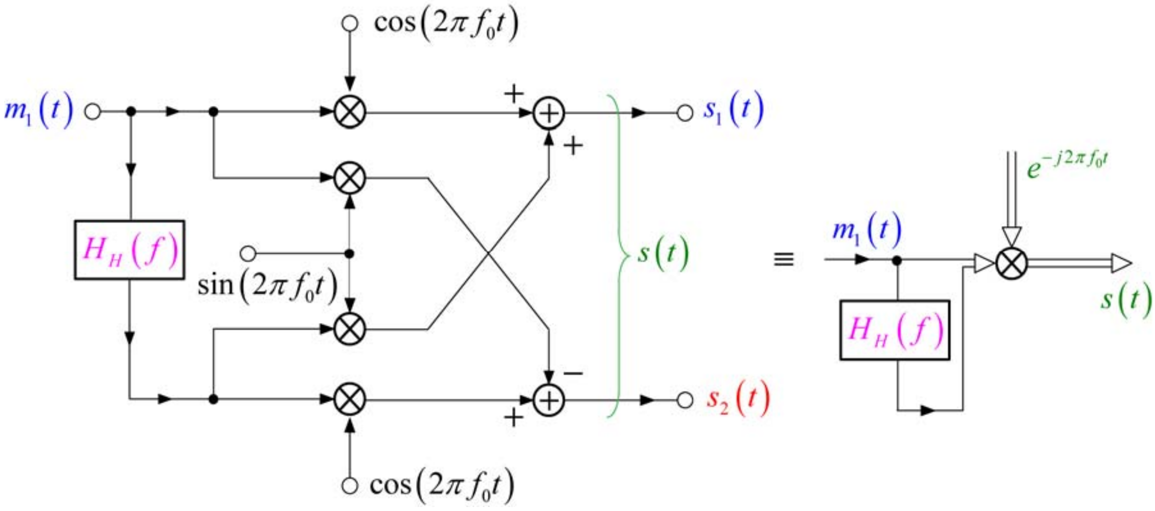
Berechnen Sie die Ausgangssignale $m_1(t)$ und $m_2(t)$ sowie deren Spektren!

Aufgabe 3.3 (6 %-Punkte)

Zeigen Sie, daß das Spektrum $M_2(f)$ mittels Hilbert-Transformation aus dem Spektrum $M_1(f)$ gewonnen werden kann!

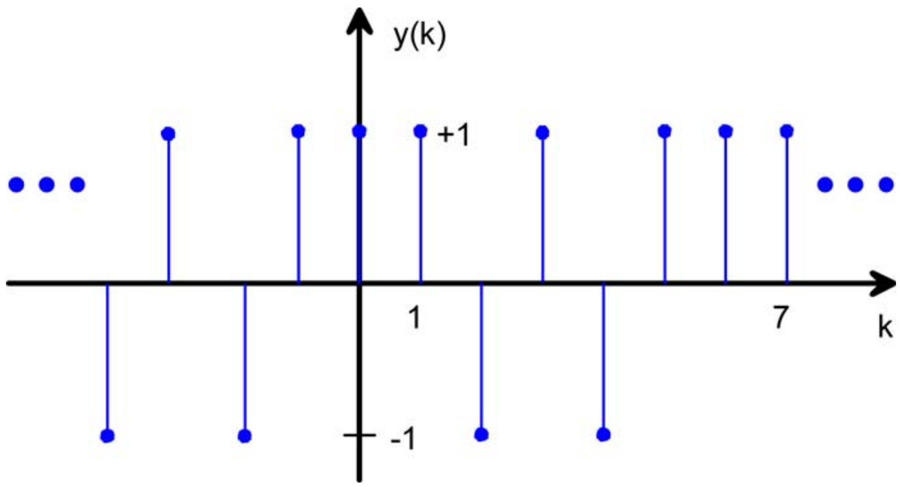
<u>Aufgabe 3.4</u> (8 %-Punkte)

Überprüfen Sie die Funktion des folgenden Demodulators!



<u>Aufgabe 4</u> 32 %-Punkte

Gegeben ist eine zeitdiskrete und Quelle y(k) $\in$[-1;1], die das folgende periodische Signal generiert:



Für dieses Signal soll ein **Prädiktor 2. Ordnung** entworfen werden!

<u>Aufgabe 4.1</u> (15 %-Punkte)

Bestimmen <u>und</u> skizzieren Sie für ein sinnvolles Intervall unter Angabe charakteristischer Werte die normierte Autokorrelationsfolge $r_{yy}(\lambda)$ mit

$$r_{yy}(\lambda) = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2\cdot N + L} \sum_{k=-N}^{+N+(L-1)} y(k)\cdot x(k+\lambda)$$

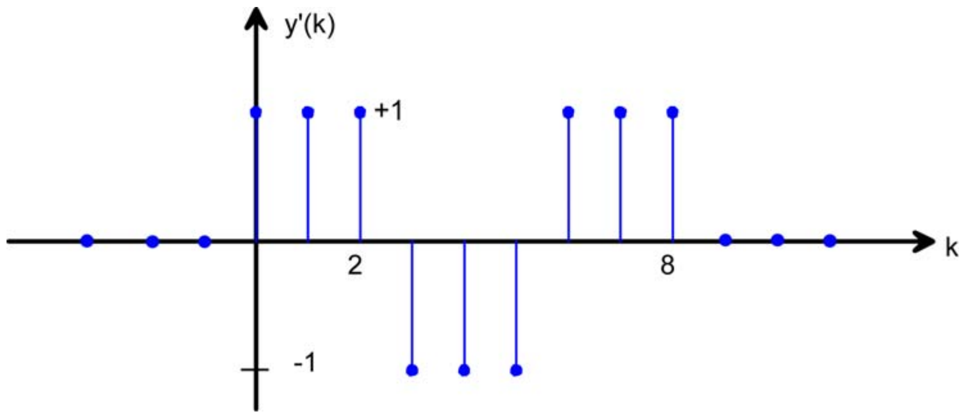
Dabei ist L die Periodenlänge des Signals. **Beginnen Sie mit N=0 bei Ihren Überlegungen!**

Aufgabe 4.2 (4 %-Punkte)

Es soll ein **Prädiktor 2. Ordnung** zum Einsatz kommen. Bestimmen Sie dessen Koeffizienten!

Aufgabe 4.3 (9 %-Punkte)

Der zuvor ermittelte Prädiktor wird nun mit dem folgenden Signal y‘(k) gespeist. Das Signal ist für k<0 und k>8 identisch Null.



Skizzieren Sie das Ausgangssignal des Prädiktors unter Angabe **charakteristischer** Werte!

Aufgabe 4.4 (4 %-Punkte)

Anstelle des entworfenen Prädiktors 2. Ordnung soll nun **lediglich** eine Langzeit-Prädiktion (LTP) **für y(k)** verwendet werden. Bestimmen Sie die optimale Verzögerung und den zugehörigen Koeffizienten! Ist die Verwendung des LTP sinnvoll? (**Begründung erforderlich**)