Modulprüfung

Systemtheorie

24. Juli 2012

Prüfer: Prof. Dr. P. Pogatzki

Bearbeitungszeit: 2 Stunden
Hilfsmittel:
Taschenrechner, Formelblatt (2 DIN A4-Seiten)

Name:_________________________Vorname:_________________

Matr.-Nr.: | | | | | |

Unterschrift:___________________________________

Viel Erfolg!!! 

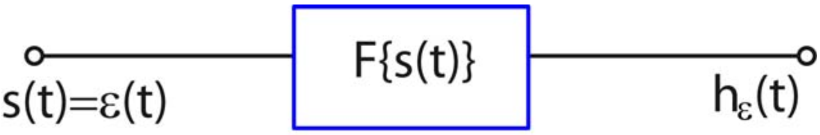
%-Punkte								
Aufgabe	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	Summe
1.								
2.								
3.								
4.								
						%-Punkte gesamt		
						Bewertungs-Punkte gesamt (1%-Punkt =1,2 Bewertungs-Punkte		

1. Prüfer 2. Prüfer

Eingesehen am: Unterschrift:

Aufgabe 1 (28 %-Punkte)

Gegeben ist ein LTI-System, welches durch seine **Sprung-Antwort** $h_\varepsilon(t)$ beschrieben wird.



Es gilt:

$$h_\varepsilon(t) = \begin{cases} \cos(2\pi t) & 0 < t < 1 \\ 0 & sonst \end{cases}$$

Aufgabe 1.1 (2 %-Punkte)

Skizzieren Sie **unter Angabe charakteristischer Werte** die Sprungantwort $h_\varepsilon(t)$ im Bereich $-4 \le t \le +4$.

Aufgabe 1.2 (2 %-Punkte)

Handelt es sich bei dem System um ein kausales System? **(Wertung nur mit richtiger Begründung!)**

<u>**Aufgabe 1.3**</u> (4 %-Punkte)

Berechnen und skizzieren Sie die Stoßantwort $h(t)$ unter **Angaben <u>aller</u> charakteristischen** Größen!

<u>**Aufgabe 1.4**</u> (4 %-Punkte)

Handelt es sich bei der Stoßantwort um ein Energie- oder um ein Leistungssignal?
(Wertung nur mit richtiger Begründung!)
Berechnen Sie die entsprechende Größe!

<u>Aufgabe 1.4</u> (12 %-Punkte)

Das System wird nun mit

$$s(t) = rect(t - 0{,}5)$$

angeregt. Berechnen und skizzieren **Sie unter Angabe charakteristischer Größen** das zugehörige Ausgangssignal $g(t)$ **mit Hilfe des Faltungsintegrals!**

<u>Aufgabe 1.5</u> (4 %-Punkte)

Das System wird nun mit

$$s(t) = rect(t-1)$$

angeregt. Berechnen und skizzieren **Sie unter Angabe charakteristischer Größen** das zugehörige Ausgangssignal $g(t)$ unter **Verwendung der gegebenen Sprungantwort und der Eigenschaft LTI-System!**

<u>Aufgabe 2</u> (24 %-Punkte)

Gegeben ist das Signal $s(\vec{t})$ mit

$$\begin{aligned} s(\vec{t}) = {} & \delta(t_1)\cdot\delta(t_2-1)+\delta(t_1)\cdot\delta(t_2+1) \\ & +\delta(t_1+1)\cdot\delta(t_2)+\delta(t_1+1)\cdot\delta(t_2) \end{aligned}$$

Es soll eine 2-dimensionale Fourier-Transformation durchgeführt werden.

<u>Aufgabe 2.1</u> (4 %-Punkte)

Skizzieren Sie unter **Angabe charakteristischer Werte** das Signal $s(\vec{t})$ in der t_1,t_2-Ebene!

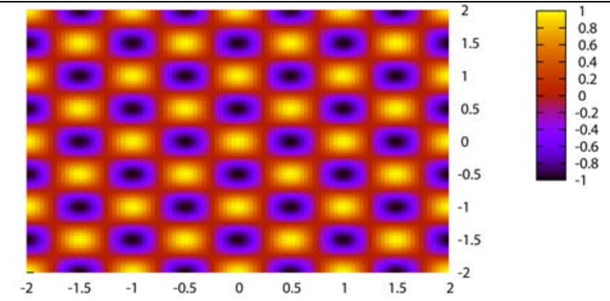
Aufgabe 2.2 (10 %-Punkte)

Berechnen Sie das 2-dimensionale Spektrum $S\left(\vec{f}\right)$ des Signals $s\left(\vec{t}\right)$!

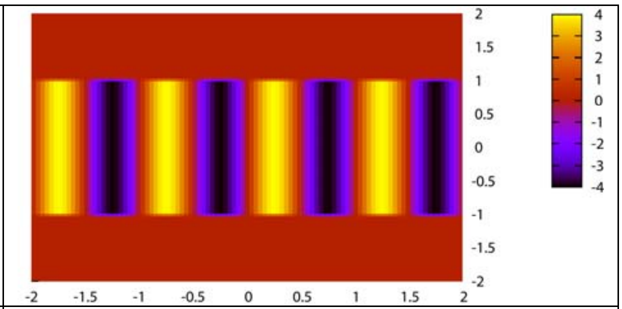
Vereinfachen Sie das Ergebnis soweit wie möglich!

<u>Aufgabe 2.3</u> (4 %-Punkte)

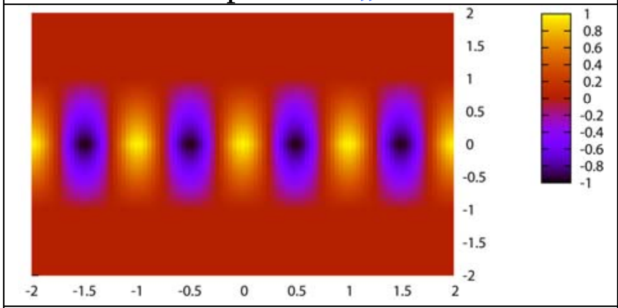
Gegeben sind vier 2-dimensionale Spektren. Dargestellt sind jeweils die Realteile der Spektren. Die Spektralwerte sind farblich codiert und können anhand der Farbskalen abgelesen werden.



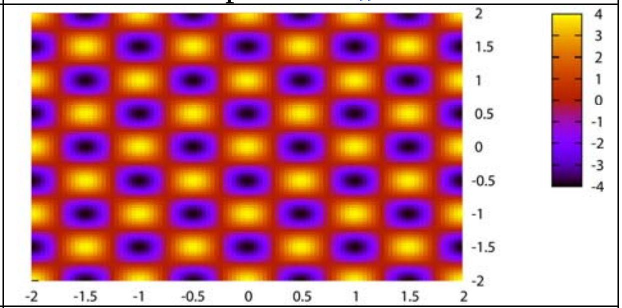
Spektrum „a“



Spektrum „b“



Spektrum „c“



Spektrum „d“

Entspricht eines der oben dargestellten Spektren der Lösung aus Unterpunkt 2.2 und wenn ja, welches? **(Wertung nur mit richtiger Begründung!)**

Aufgabe 2.4 (6 %-Punkte)

Die ursprüngliche 2-dimensionale Funktion $s\left(\vec{t}\right)$ wird als Bild interpretiert und wird um 45° gedreht. Berechnen Sie mit Hilfe der folgenden Drehmatrix das sich nun ergebene neue Spektrum $\tilde{S}\left(\vec{f}\right)$!

$$\overleftrightarrow{A} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

<u>Aufgabe 3</u> (22 %-Punkte)

Gegeben ist die 2-dimensionale Funktion $s(t_1, t_2)$ mit

$$s(t_1, t_2) = \begin{cases} f(r) & t_1^2 + t_2^2 \leq 1 \\ 0 & sonst \end{cases}$$

mit

$$r^2 = t_1^2 + t_2^2$$

<u>Aufgabe 3.1</u> (8 %-Punkte)

Berechnen Sie die Radon-Transformierte von $s(t_1, t_2)$ mit $f(r) = 11$!

<u>Aufgabe 3.2</u> (10 %-Punkte)

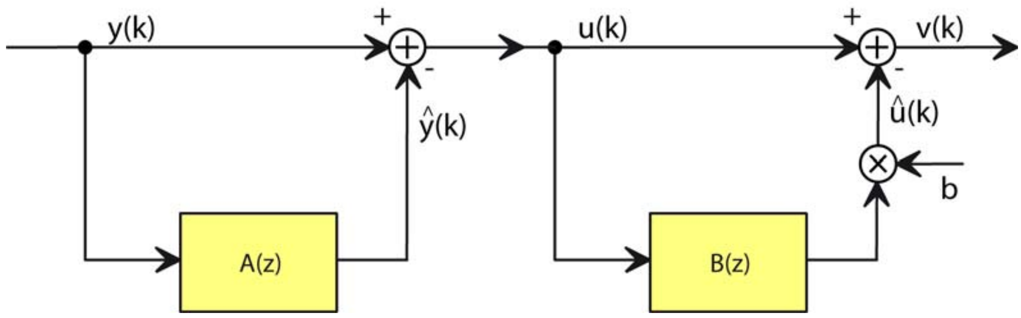
Berechnen Sie die Radon-Transformierte von $s(t_1, t_2)$ mit $f(r) = 1 - r^2$!

Aufgabe 3.3 (4 %-Punkte)

Beschreiben Sie die Anwendung der Radon-Transformation in der Medizin!

Aufgabe 4 26 %-Punkte

Ein Sprachcodierer besteht aus zwei kaskadierten Filtern, die als Prädiktoren arbeiten. Dabei entfernt der erste Prädiktor A(z) die Kurzzeitkorrelation des Signals während der zweite Prädiktor B(z) die Langzeitkorrelation entfernt.



Für den Langzeit-Prädiktor (LTP) gilt:

$$B(z) = z^{-N}$$

Aufgabe 4.1 (4 %-Punkte)

Geben Sie das Ausgangssignals v(k) des LTP als Funktion des Restsignals u(k) an!

<u>Aufgabe 4.2</u> (4 %-Punkte)

Bestimmen Sie den optimalen Filterparameter b als Funktion der Autokorrelationsfunktion $r_{uu}(\lambda)$. Verwenden Sie das Ergebnis aus Unterpunkt 1.

<u>Aufgabe 4.3</u> (6 %-Punkte)

Bestimmen Sie den minimalen mittleren quadratischen Fehler $E\left\{v^2(k)\right\}$ für den zuvor bestimmten Wert von b als Funktion der Autokorrelationsfunktion!

<u>Aufgabe 4.4</u> (6 %-Punkte)

Die Autokorrelationsfunktion wurde über einen Zeitraum von 150 Abtastwerten gemessen. Ermitteln Sie die optimale Verzögerung N, wenn für die Autokorrelationsfunktion gilt:

i	$r_{uu}(\lambda)$
0	2
50	1,5
75	1,0
100	1,2
125	0,6
sonst	<0,2

Begründen Sie Ihre Wahl! (**Wertung nur mit richtiger Begründung**)
Welcher Wert ergibt sich für den Prädiktionsgewinn G_P?

Aufgabe 4.5 (6 %-Punkte)

Begründen Sie die Anwendung der Langzeit-Prädiktion bei menschlicher Sprache!