Fachprüfung

Signal- und Systemtheorie

3. Februar 2011

Prüfer: Prof. Dr. P. Pogatzki

Bearbeitungszeit: 2 Stunden
Hilfsmittel:
Taschenrechner, Formelblatt (2 DIN A4-Seiten)

Name:____________________________Vorname:___________________

Matr.-Nr.: | | | | | | |

Unterschrift:____

Viel Erfolg!!!

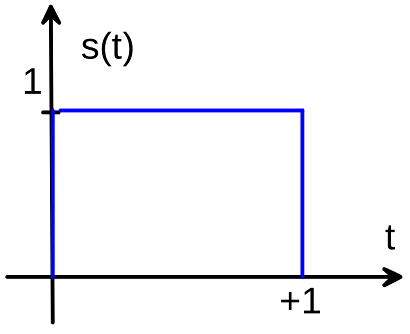
Punkte								
Aufgabe	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	Summe
1.								
2.								
3.								
4.								
						Punkte gesamt		

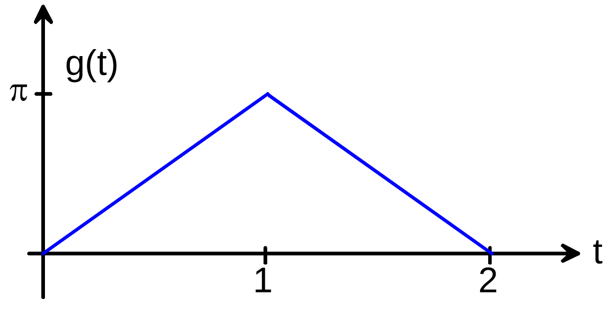
Note: ECTS: 1. Prüfer 2. Prüfer

Eingesehen am: Unterschrift:

Aufgabe 1 21 Punkte

Gegeben ist ein LTI-System. Es antwortet auf das Eingangssignal s(t) gemäß Bild mit dem Signal g(t).





Aufgabe 1.1 (6 Punkte)

Skizzieren Sie **unter Angabe charakteristischer Werte** das Ausgangssignal $g_\varepsilon(t)$, wenn das System mit $\varepsilon(t)$ angeregt wird.
Hinweis: Zerlegen Sie $\varepsilon(t)$ geschickt!

Aufgabe 1.2 (4 Punkte)

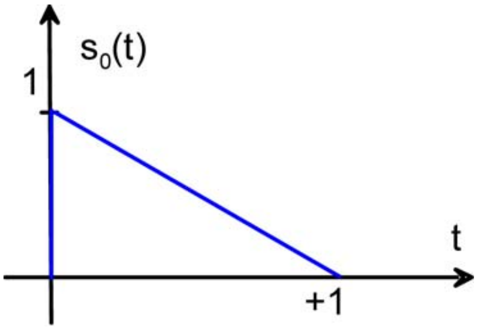
Skizzieren Sie **unter Angabe charakteristischer Werte** die Stoßantwort h(t)!
Welche Übertragungsfunktion H(f) ergibt sich?
Ist das System kausal? (**Wertung nur mit richtiger Begründung**)

Aufgabe 1.3 (4 Punkte)

Geben Sie eine schaltungstechnische Realisierung des Systems bestehend aus Summierern, Multiplizierern, Integrierern, Verzögerungsgliedern, etc. an.

Aufgabe 1.4 (7 Punkte)

Das System wird nun mit dem Signal $s_0(t)$ angeregt.



Berechnen Sie die Antwort $g_0(t)$ mit Hilfe des Faltungs-Integrals!
Skizzieren Sie Ihr Ergebnis **unter Angabe charakteristischer Werte!**

Aufgabe 2 23 Punkte

Gegeben ist das Signal

$$s(t) = si^2\left(\frac{\pi t}{T}\right)$$

Aufgabe 2.1 (3 Punkte)

Bestimmen und skizzieren Sie unter Angabe **charakteristischer** Werte das Spektrum S(f) des Signals s(t)!

Aufgabe 2.2 (6 Punkte)

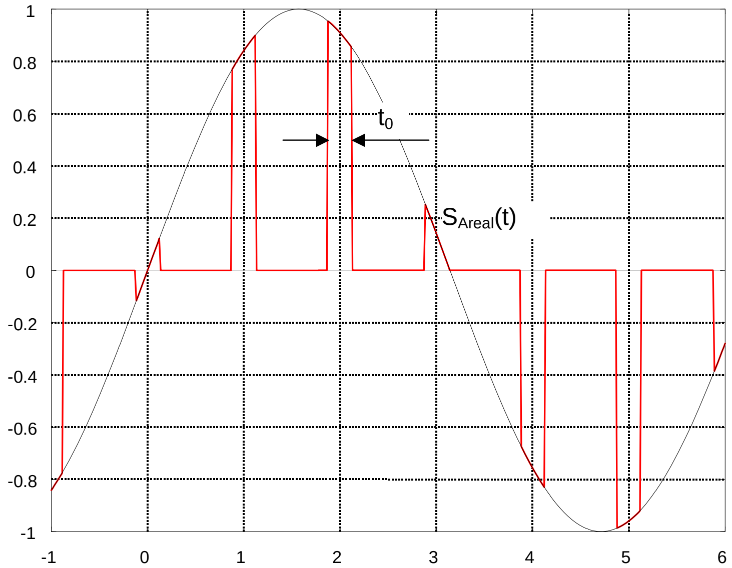
Das Signal s(t) wird nun ideal mit der Diracstoß-Folge $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(t - \frac{n}{f_A}\right)$ abgetastet. Dabei gilt:

$$f_A = \frac{4}{T}$$

Berechnen und skizzieren Sie **unter Angabe charakteristischer Werte** das **Spektrum** $S_A(f)$ des abgetasteten Signals $s_A(t)$. Tritt Aliasing auf (**Begründung**)?

Aufgabe 2.3 (3 Punkte)

Das Signal s(t) wird nun mittels eines **realen** Abtasters abgetastet. Dabei wird eine lineare **Torschaltung** mit der Impulsbreite t_0 verwendet (siehe Skizze für eine **beispielhafte Sinusschwingung**).



Geben Sie eine **einfache** mathematische Beziehung für das abgetastete Signal $s_{Areal}(t)$ an!

<u>Aufgabe 2.4</u> (8 Punkte)

Berechnen Sie das Spektrum $S_{Areal}(f)$ des abgetasteten Signals $s_{Areal}(t)$. Skizzieren Sie das Spektrum für den Sonderfall

$$t_0 = \frac{1}{4 f_A}$$

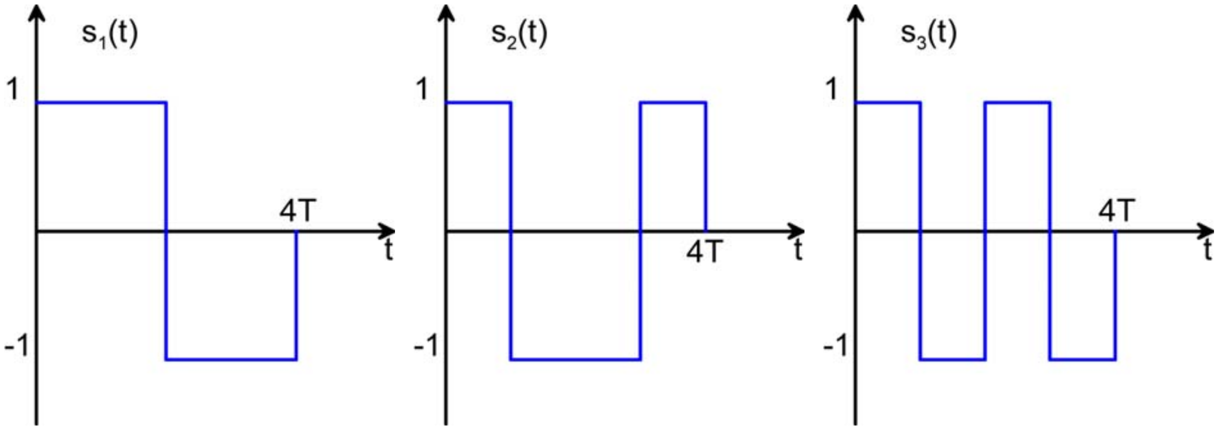
unter Angabe **<u>charakteristischer</u>** Werte!

Aufgabe 2.5 (3 Punkte)

Wie kann das ursprüngliche Signal s(t) aus dem abgetasteten Signal $s_{Areal}(t)$ rekonstruiert werden? Oder ist dieses unmöglich? (**Begründung!**)

Aufgabe 3 (26 Punkte)

Es sollen die drei binären Datenfolgen a_n, b_n und c_n auf einem **gemeinsamen** Kanal übertragen werden. Die Datenfolgen haben die Rate 1/4T und nehmen die Werte {0;1} an. Als Träger werden die Funktionen $s_1(t),...,s_3(t)$ verwendet.



Es wird Matched-Filter-Empfang verwendet!

Aufgabe 3.1 (6 Punkte)

Skizzieren Sie **unter Angabe charakteristischer Werte** die Stoßantworten $h_1(t)$, $h_2(t)$ und $h_3(t)$! Dabei bildet $h_1(t)$ das **kausale** Matched-Filter für $s_1(t)$, $h_2(t)$ das **kausale** Matched-Filter für $s_2(t)$, etc. Wählen Sie den Abtastzeitpunkt möglichst früh!

<u>Aufgabe 3.2</u> (3 Punkte)

Geben Sie mathematische Beziehungen unter Verwendung von Elementar-Signalen für $s_1(t),\ldots, s_3(t)$ an!

<u>Aufgabe 3.3</u> (4 Punkte)

Aus welchen Elementarsignalen bestehen prinzipiell die Ausgangssignale der Matched-Filter, wenn diese mit $s_1(t),\ldots, s_3(t)$ angeregt werden? (**Wertung nur mit richtiger Begründung**)

Aufgabe 3.4 (10 Punkte)

Skizzieren Sie das Ausgangssignal des Matched-Filter $\mathbf{h_1(t)}$ bei Anregung mit $\mathbf{s_2(t)}$ unter Angabe **charakteristischer Werte**!

<u>Aufgabe 3.5</u> (3 Punkte)

Welchen zeitlichen Bezug müssen die Signale $s_1(t),\ldots, s_3(t)$ haben, wenn beim Matched-Filter-Empfang keine gegenseitigen Störungen (keine Intersymbol-Interferenz) auftreten sollen? **(Begründung!)**

Aufgabe 4 30 Punkte

Am Eingang eines RC-Tiefpasses liegt Weißes Rauschen mit der Leistungsdichte N_0 an.
Die Stoßantwort des Tiefpasses lautet:

$$h(t) = \begin{cases} \dfrac{e^{-t/T}}{T} & t \geq 0 \\ 0 & sonst \end{cases}$$

Hinweis:

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan(x)$$

Aufgabe 4.1 (10 Punkte)

Bestimmen Sie das Leistungsdichtespektrum $\Phi_{gg}(f)$ am Ausgang der Schaltung und daraus die Leistung des Prozesses! (**Nur dieser Lösungsweg** für die Leistungsberechnung ist gültig!)

Aufgabe 4.2 (10 Punkte)

Ermitteln Sie die Autokorrelationsfunktion $\varphi_{gg}(\tau)$ am Ausgang des Tiefpasses und daraus die Leistung! (**Nur dieser Lösungsweg** für die Leistungsberechnung ist gültig!)

<u>Aufgabe 4.3</u> (4 Punkte)

Die Rauschbandbreite eines beliebigen Tiefpaßfilters wird als die Bandbreite definiert, die die gleiche Rauschleistung am Ausgang generiert wie die eines idealen Tiefpasses mit

$$H(f) = rect\left(\frac{f}{2 f_G}\right)$$

Ermitteln Sie die Rauschbandbreite eines RC-Tiefpasses!

Aufgabe 4.4 (6 Punkte)

Berechnen Sie die **Kreuzkorrelationsfunktion** zwischen dem Weißen Rauschen am Eingang eines RC-Tiefpasses und dem Signal am Ausgang des RC-Tiefpasses **und interpretieren** Sie das Ergebnis!