

# Modulprüfung

## *Nachrichtencodierung*

28. Januar 2022

Prüfer: Prof. Dr. P. Pogatzki

Bearbeitungszeit: 2 Stunden

Hilfsmittel:

Taschenrechner, Vorlesungsscript, Übungsaufgaben

Name: \_\_\_\_\_ Vorname: \_\_\_\_\_  
(Druckbuchstaben) (Druckbuchstaben)

Matr.-Nr.: 

--	--	--	--	--	--

Unterschrift: \_\_\_\_\_

*Viel Erfolg!!!*



Punkte								
Aufgabe	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	Summe
1.								
2.								
3.								
4.								
							%. - Punkte gesamt	
							Note	
							BP	

Unterschrift Prüfer:

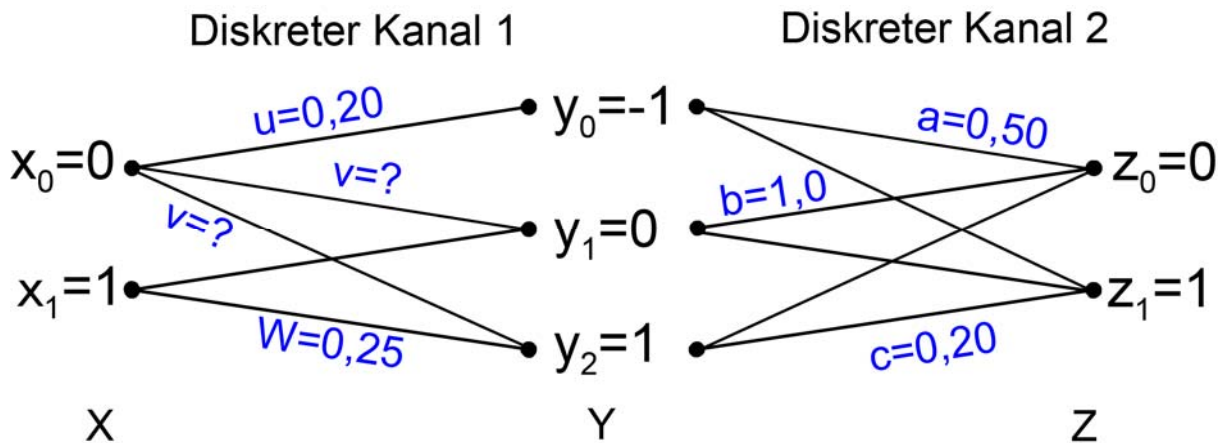
Eingesehen am:

Unterschrift:

**Aufgabe 1** (25 %-Punkte)

Gegeben sind zwei gedächtnislose und diskrete Kanäle. Es gilt für die Quelle X:

$$\text{prob}(x=0) = q_0$$



Die beiden Kanäle werden rückwirkungsfrei in Kette geschaltet und der erste Kanal (Kanal 1) wird von der **gedächtnislosen** Quelle X gespeist!

**Aufgabe 1.1** (4 %-Punkte)

Berechnen Sie die Matrix der Bedingten Wahrscheinlichkeiten  $[P(Y|X)]$  für den **ersten** Kanal! Verwenden Sie dabei die teilweise bekannten Übergangswahrscheinlichkeiten!

**Aufgabe 1.2** (4 %-Punkte)

Berechnen Sie die Matrix der Bedingten Wahrscheinlichkeiten  $[P(Z|Y)]$  für den **zweiten** Kanal!

**Aufgabe 1.3** (8 %-Punkte)

Berechnen Sie die Matrix der Bedingten Wahrscheinlichkeiten  $[P(Z|X)]$  für den **resultierenden** Kanal! Vereinfachen Sie Ihr Ergebnis sinnvoll und **zeichnen** Sie ein Ersatzschaltbild für den resultierenden Kanal. Beschriften Sie dieses eindeutig mit allen Übergangswahrscheinlichkeiten!

**Aufgabe 1.4** (9 %-Punkte)

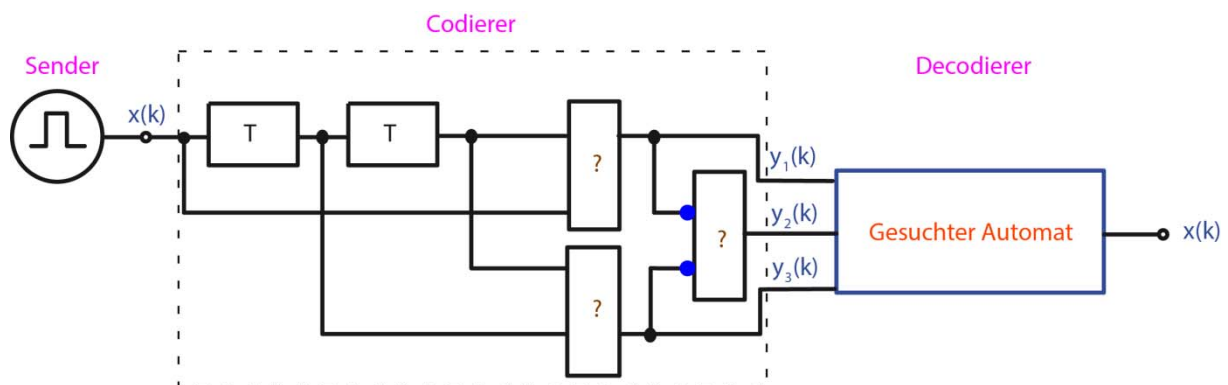
Die Entropie der Quelle  $X$  ist nun maximal!

Berechnen Sie den Trans-Informationsgehalt  $H(X;Y)$ , die Verbund-Entropie  $H(X,Z)$  sowie die bedingte Entropie  $H(X|Z)$  für den resultierenden Kanal.



**Aufgabe 2** (26 %-Punkte)

Gegeben ist eine binäre, zeitdiskrete und gedächtnislose Quelle, die die Zeichen  $x(k)$  generiert. Diese Zeichen werden kanalcodiert und als Zeichentripel  $(y_1(k), y_2(k), y_3(k))$  übertragen. Der Systemtakt hat die Dauer  $T$ .



Das ursprüngliche Sendesignal  $x(k)$  soll mittels eines Decodierers aus dem Empfangssignal  $(y_1(k), y_2(k), y_3(k))$  fehlerfrei rekonstruiert werden.

**Aufgabe 2.1** (2 %-Punkte)

Von welchem Typ müssen die Gatter „?“ sein, damit fehlerfrei decodiert werden kann?  
(Wertung nur mit richtiger Begründung!)

**Aufgabe 2.2** (8 %-Punkte)

Zeichnen Sie das zugehörige Zustandsfolgediagramm für den **Decodierer!**  
Verwenden Sie die in UP2.1 bestimmten Gattertypen für „?“!

**Aufgabe 2.3** (8 %-Punkte)

Stellen Sie die Automatentafel auf!



**Aufgabe 2.4** (3 %-Punkte)

Ermitteln Sie das Netzwerk für das Ausgangssignal und die Beschaltungen der Flip-Flops, wenn diese als D-FF realisiert werden. Eine Reduktion der Gleichungen und eine Skizze der Schaltung sind **NICHT** erforderlich!

**Aufgabe 2.5** (2 %-Punkte)

Durch einen Fehler sind zu Beginn der Übertragung nicht alle **Speicher des Codierers** im Zustand „0“. Mit welcher geeigneten und möglichst kurzen Sequenz  $x(k)$  kann der Codierer in den gewünschten Zustand versetzt werden?

**Aufgabe 2.6** (3 %-Punkte)

Kann mit einer (möglicherweise anderen) geeigneten Sequenz  $x(k)$  auch der Empfänger für jede beliebige Initialisierung der Speicher zurückgesetzt werden (Wertung nur mit richtiger **Begründung**)? Wenn ja, wie lautet dann diese Sequenz?

**Aufgabe 3** (24 %-Punkte)

Gegeben ist eine im Intervall  $[-1; +2]$  gleichverteilte analoge Quelle  $X$ .  
Mittels einer Abbildung wird das Signal  $Y$  gemäß

$$Y = (1 - X)^3$$

erzeugt.

**Aufgabe 3.1** (2 Punkte)

Skizzieren Sie die PDF des Signals  $X$  unter **Angabe charakteristischer** Werte.

**Aufgabe 3.2** (12 %-Punkte)

Bestimmen Sie die PDF des Signals  $Y$  und skizzieren Sie die PDF unter **Angabe charakteristischer** Werte!



**Aufgabe 3.3** (4 %-Punkte)

Berechnen Sie den quadratischen Mittelwert des Signals Y!

**Aufgabe 3.4** (6 %-Punkte)

**Das Signal Y** soll nun ungleichmäßig mit einer Auflösung von 2 Bit so quantisiert werden, dass für alle Quantisierungsstufen die gleiche Wahrscheinlichkeit gilt. Bestimmen Sie die Quantisierungsstufen!



**Aufgabe 4** (25 %-Punkte)

Gegeben ist die unvollständige Generatormatrix

$$\vec{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Basierend auf dieser Matrix soll ein systematischer (8,3)-Code mit einer Generatormatrix der Form  $\vec{G}_{\text{sys}} = [\vec{E} \mid \vec{P}]$  entworfen werden.

**Aufgabe 4.1** (6 %-Punkte)

Bestimmen Sie die systematische Generatormatrix  $\vec{G}_{\text{sys}}$  so, dass  $d_{\text{min}} = 4$  gilt!

**Aufgabe 4.2** (2 %-Punkte)

Welche Korrektoreigenschaften besitzt der Code?  
Ist der Code dichtgepackt?

**Aufgabe 4.3** (3 %-Punkte)

Handelt es sich um einen Hamming-Code? (**Bewertung nur mit richtiger Begründung!**)

**Aufgabe 4.4** (4 %-Punkte)

Bestimmen Sie die Syndrom-Tabelle für alle Einfachfehler!

**Aufgabe 4.5** (2 %-Punkte)

Es wurde das Codewort  $\vec{C}_r = (11000000)$  empfangen. Wie viele Fehler liegen aller Wahrscheinlichkeit vor? (**Bewertung nur mit richtiger Begründung!**)



**Aufgabe 4.6** (8 %-Punkte)

Der gegebene Code soll in einer Mobilfunk-Umgebung eingesetzt werden. Aufgrund des Gedächtnisses des Kanals besteht eine große Wahrscheinlichkeit für Büschelfehler (mehrere direkt aufeinander folgende Bits sind verfälscht).

Prüfen Sie anhand geeigneter Syndromtabellen, ob Büschelfehler 2. Ordnung (2 aufeinander folgende Bits verfälscht) und/oder Büschelfehler 3. Ordnung korrigiert werden können, wenn deren Wahrscheinlichkeit **wesentlich größer** ist, als die anderer Doppel- bzw. Dreifach-Fehler!